

PROGRAMA ANÁLITICO Y DE EXAMEN

Cátedra: Análisis Numérico

Carrera: Licenciatura en Geofísica

Curso: 2º Año

Régimen: Semestral (2º semestre)

Unidad Nº 1: INTRODUCCIÓN. ARITMÉTICA DE PRECISIÓN FINITA Y FUENTES DEL ERROR.

Análisis Matemático vs. Análisis Numéricos. Contextos o problemas donde se puede o conviene usar análisis numérico. Modelo Matemático. Algoritmo.

Fuentes de Errores Numéricos. Errores en aproximaciones numéricas: error absoluto, relativo y porcentual.

Errores de Truncamiento: truncamiento de la serie de Taylor. Errores de Redondeo: corte y redondeo de un número. Corte vs. Redondeo. Dígitos significativos.

Aritmética de punto flotante: adición y sustracción de números en punto flotante, diferencia cancelativa. Producto y cociente de números en punto flotante. Propiedades que se conservan y propiedades que no se conservan en las operaciones de aritmética de punto flotante. Propagación de errores en las operaciones básicas. Normas vectoriales y matriciales.

Estabilidad Numérica: Condicionamiento de un algoritmo numérico. Número de condición de un algoritmo numérico. Diferencias cancelativas y número de condición grande. Número de condición de una matriz. Cancelación catastrófica.

Ejemplos y ejercicios de aplicación a la Geofísica.

Unidad Nº 2: RAÍCES DE UNA ECUACIÓN – ECUACIONES NO LINEALES O CEROS DE UNA FUNCIÓN. SISTEMAS DE ECUACIONES NO LINEALES.

Métodos Gráficos. Valor práctico limitado de un método gráfico. Estimación de raíces a partir de la gráfica de la función.

Métodos Cerrados o de intervalo: método de la Bisección, método de la Regula-Falsi o de Falsa Posición. Criterio de parada y estimación de errores. Falsa Posición vs Bisección. Falsa posición Modificada. Convergencia de los métodos cerrados.

Métodos Abiertos: Iteración de Punto fijo, Método de Newton-Raphson y Método de la Secante. Criterio de parada y estimación de errores. Desventajas del método de Newton Raphson. Convergencia de los métodos abiertos.

Análisis de la convergencia. Velocidad de convergencia de los métodos abiertos vs los métodos cerrados. Diferencia entre el Método de la Secante y de Falsa Posición.

Sistemas de Ecuaciones No Lineales.

Ejemplos y ejercicios de aplicación a la Geofísica.

Unidad Nº 3: SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES - DIRECTOS (SELD) E INDIRECTOS (SELI). INVERSIÓN DE MATRICES.

3.1 Métodos Directos

Soluciones de Sistemas pequeños de ecuaciones ($n < 4$) (repaso de métodos conocidos): método gráfico para dos ecuaciones, determinantes y regla de Cramer, eliminación de incógnitas y sustitución para resolver un par de ecuaciones.

Métodos Directos: Eliminación Gaussiana y sustitución reversiva, método de Gauss Jordan e inversión matricial y métodos de descomposición.

Dificultades en los métodos de eliminación: división en cero, errores de redondeo, sistemas mal condicionados. Técnicas para mejorar las soluciones: uso de más cifras significativas, y técnica de pivoteo.

Métodos de Factorización o Descomposición. Factorización LU, cálculo de la inversa de una matriz por descomposición LU. Distintas descomposiciones LU: métodos de Doolittle y de Crout. Análisis de error y condición del sistema.

Caso particular de factorización para matrices simétricas definidas positivas: método de Cholesky.

3.2 Métodos Iterativos

Generación de la solución de un SEL a partir de un método iterativo. Convergencia y consistencia de los métodos iterativos. Métodos Indirectos o Iterativos: método de Jacobi y método de Gauss-Seidel.

Diferencias entre Jacobi y Gauss-Seidel: expresiones generales de la iteración m -ésima para cada uno de estos métodos.

Representaciones matriciales para los métodos de Jacobi y Gauss-Seidel.

Condición necesaria y suficiente de convergencia para los métodos iterativos de solución de un

SEL: sistemas diagonal dominante. Mejoramiento de la convergencia: método de relajación.

Ejemplos y ejercicios de aplicación a la Geofísica.

Unidad Nº 4: VALORES TABULADOS

Operadores: Diferencia Adelantada, Atrasada y Central. Tabla de diferencias. Error en la tabla de diferencias. Operador Desplazamiento y Derivación.

Ejemplos y ejercicios de aplicación a la Geofísica.

Unidad Nº 5: APROXIMACIÓN DE FUNCIONES

5.1 Ajuste de Curvas, Polinomios ortogonales y Mínimos Cuadrados

Nube de puntos. El porqué del ajuste de datos. Regresión lineal: error o residuo. Criterio para un mejor ajuste: método de los mínimos cuadrados. Unicidad de la recta de regresión.

Polinomios ortogonales: ajuste de curvas con polinomios de orden superior.

Ecuaciones normales: matriz de mínimos cuadrados. Resolución de las ecuaciones normales por métodos directos o de eliminación. Ventajas de las distintas propuestas de resolución de las ecuaciones normales.

Mínimos cuadrados en la resolución de SEL rectangulares.

5.2 Interpolación

Interpolación de Funciones: Polinomio interpolador de Lagrange. Teorema de existencia y unicidad del polinomio interpolador. Grado del polinomio interpolador. Coeficientes de Lagrange. Construcción del n-ésimo polinomio interpolador de Lagrange. Error en la interpolación de Lagrange.

Interpolación en puntos con igual separación: coeficientes binomiales, tablas de diferencias adelantadas y retrasadas. Polinomio interpolador de Newton hacia adelante y hacia atrás.

Ejemplos y ejercicios de aplicación a la Geofísica.

Unidad Nº 6: DIFERENCIACIÓN E INTEGRACIÓN NUMÉRICA

6.1. Diferenciación Numérica:

Diferenciación numérica para datos con igual espaciamiento: aproximación por diferencias hacia adelante, hacia atrás y central. Diferenciación de fórmulas de interpolación. Uso del desarrollo de Taylor: primera derivada por dos y tres puntos, segunda derivada por tres y cuatro puntos, y tercera derivada por cuatro y cinco puntos.

6.2. Integración Numérica:

Fórmulas de Newton-Cotes. Fórmulas cerradas de Newton Cotes: Regla del trapecio, Regla de Simpson 1/3. Reglas compuestas del Trapecio y de Simpson 1/3. Regla de Simpson 3/8. Error en la regla del trapecio. Error en la regla de Simpson 1/3.

Ejemplos y ejercicios de aplicación a la Geofísica.

Unidad Nº 7: ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS (EDO)

Solución numérica de una EDO. Consistencia, estabilidad, convergencia. Método de Euler: Análisis de consistencia y estabilidad. Esquema fuertemente cerrado. Análisis de estabilidad. Esquema implícito de Euler. Método de Runge-Kutta de 4º orden. Método predictor-corrector: Método de Milne. Método de Hamming.

Ejemplos y ejercicios de aplicación a la Geofísica.

Unidad Nº 8: ECUACIONES DIFERENCIALES EN DERIVADAS PARCIALES

Tipos de ecuaciones diferenciales parciales.

- Ecuaciones parabólicas: ecuación de conducción del calor. Método de diferencias finitas: explícito, implícito, de Crank Nicolson-Estabilidad.
- Ecuaciones hiperbólicas: la ecuación de onda. Problema de la cuerda vibrante. Método de diferencias finitas: explícito.
- Ecuaciones elípticas: la ecuación de Laplace en un rectángulo. Método de diferencias finitas: explícito.

Ejemplos de aplicación a la Geofísica.

BIBLIOGRAFÍA RECOMENDADA

- Ben Noble, J. D. (1989). Algebra lineal aplicada. Editorial Prentice Hall, México.
- Bravo Santos, J. (2006). Métodos Matemáticos Avanzados para Científicos e Ingenieros. ISBN: 1135-870-X. Edita Universidad de Extremadura. España.
- Burden, R.; Faires, D. J. y Burden, A. (2017). Análisis Numérico. 10ª Edición. Cengage Learning.
- Chapra, SC. Y Canale, R. P. (2004). Métodos Numéricos para Ingenieros. Editorial Mc. Graw Hill.
- Cheney, W. y Kincaid, D. (2011). Métodos Numéricos y Computación – Editorial Cengage Learning.
- Cordero Barbero, A.; Hueso Pagoaga, J.; Martínez Molada, E. y Torregrosa Sánchez, J. (2006). Problemas Resueltos de Métodos Numéricos. International Thomson Editores Spain, Paraninfo S.A. Madrid, España.
- Gerald, C. y Wheatley, P. (2000). Análisis Numérico con Aplicaciones. Editorial Pearson Educación.
- Nieves, A. y Domínguez, F. (2014). Métodos Numéricos Aplicados a la Ingeniería. 4ª Edición. Grupo Editorial Patria. México.
- Quintana Hernandez, P.; Villalobos Oliver, E.; Cornejo Serrano, M. (2005). Métodos Numéricos con Aplicaciones en Excel. Editorial Reverté.
- Nakamura, S. (1992). Métodos Numéricos Aplicados con Software. Editorial Pearson Educación.
- Marshall, G. (1995). Soluciones numéricas de ecuaciones diferenciales (tomo 1 y 2). Editorial Reverté.
- Strang. G. (2006). Algebra lineal y su aplicación. Editorial Paraninfo.