Ministerio de Cultura y Educación
Universidad Nacional de San Juan
Fac. de Ciencias Exactas Físicas y Naturales
Ciclo Lectivo 2017

PROGRAMA DE EXAMEN

Cátedra**:** **ALGEBRA LINEAL**
Carrera: **Licenciatura en Geofísica - Licenciatura en Astronomía**
Curso: **Iº Año**
Régimen: **Semestral (1º Semestre del Ciclo Lectivo)**

Unidad Nº1: ***Matrices y Función Determinante***

Matrices: Introducción. Definición. Notación. Orden. Igualdad de matrices. Tipos de matrices: rectangular, cuadrada, fila, columna, triangular, diagonal, escalar, identidad, nula.

Operaciones con Matrices: Suma de Matrices: definición y propiedades. Producto por un Escalar: definición y propiedades. Ecuaciones matriciales. Estructura algebraica del espacio de las matrices con las operaciones anteriores. Multiplicación entre Matrices: Definición. Cálculo Renglón-Columna del Producto de AB. Leyes (propiedades) de la multiplicación matricial. Problemas que se presentan en la multiplicación de matrices. Cálculo de potencias naturales de una matriz. Traza de una matriz. Matriz transpuesta: Definición. Transposición y operaciones con matrices. Propiedades de la transpuesta en las operaciones Definición de algunas matrices especiales: idempotente, nilpotente, simétrica, antisimétrica, etc. Matriz Inversa: Definición. Propiedades de la matriz inversa. Cálculo de matriz inversa por definición para matrices de tamaño dos por dos y de tres por tres. Definición de matriz ortogonal. Definición de submatrices a partir de una matriz dada. Matrices particionadas (o en bloques, o en cajas) y producto entre ellas. Ventajas del uso de las mismas. Aplicaciones del tema a: Matrices de Probabilidad: Definición y

Características de las mismas. Potencias de matrices de Probabilidad. Conceptos de Cadenas de Markov.

Función Determinante: Notación. Definición de determinante por medio de la función determinante. Disposición práctica para calcular el determinante de una matriz de orden 2x2 y de orden 3x3 (Regla de Sarrus). Definición de: Menor Complementario y Cofactor del i-j-ésimo elemento de una matriz Anxn. Desarrollo del determinante por los cofactores de una fila (o columna). Propiedades (teoremas) de los determinantes. Operaciones matriciales y determinantes. Cálculo de determinantes mediante la reducción a la forma escalonada (triangularización). Cálculo de la matriz inversa utilizando determinantes. Matriz Adjunta. Cálculo de la Matriz Inversa a través de la Matriz Adjunta. Matrices elementales. Matrices equivalentes. Técnica de cálculo de la matriz inversa por reducción de la matriz dada a una matriz elemental. Rango de una matriz: definición y propiedades. Teoremas.

Unidad Nº2: ***Sistemas de Ecuaciones Lineales***

Presentación de sistemas de ecuaciones lineales como modelización matemática de problemas reales vinculados con la Geofísica y con la Astronomía. Definición de ecuación lineal en n-variables. Definición de Sistema de Ecuaciones Lineales en forma general. Simbolismo. Expresión matricial. Clasificación de los sistemas de ecuaciones lineales (de acuerdo al número de ecuaciones, incógnitas, solución, términos independientes): cuadrados, rectangulares, homogéneos. Sistemas compatibles determinados e indeterminados. Sistemas incompatibles. Conjunto solución. Interpretación geométrica del conjunto solución de un sistema de ecuaciones lineales de dimensión dos por dos y de tres por tres. Sistemas equivalentes. Representación matricial de un sistema de ecuaciones lineales. Matriz ampliada del sistema lineal. Interpretación del conjunto solución del sistema por el análisis de los rangos de matriz de coeficientes y de matriz ampliada del sistema (Teorema de Roche-Frobenius). Solución de un sistema de ecuaciones lineales (número de ecuaciones igual al número de incógnitas) mediante: Método de Leibnitz-Cramer (aplicación de determinantes en sistema no homogéneo), Método Matricial (aplicación de la matriz inversa). Algoritmo (métodos iterativos) para determinar el conjunto solución de un sistema lineal en general: Método de Eliminación de Gauss, y la modificación del mismo denominada Eliminación de Gauss-Jordan. Teoremas.

Unidad Nº3: ***Espacios Vectoriales Reales***

I- Importancia del estudio de los espacios vectoriales. Definición del espacio vectorial real $(V, \oplus, \bullet)$. Ejemplos de espacios vectoriales reales: Espacios vectoriales de matrices. Espacio vectorial de los polinomios. Espacio vectorial de las funciones de clase uno. Etc. Propiedades de los espacios vectoriales. Subespacios vectoriales: definición, ejemplos. Subespacios propios y triviales. Teorema para determinar si *W* es subespacio de un espacio vectorial. Teorema de la intersección de subespacios. Unión de subespacios. Suma directa de subespacios. Combinación lineal de vectores de un espacio vectorial. Conjunto de vectores generadores de un subespacio. Teoremas. Dependencia e independencia lineal entre vectores. Bases y Dimensión de un espacio vectorial. Base y Dimensión del conjunto solución de un sistema lineal de ecuaciones. Espacio filas (columnas) de una matriz *A*. Teoremas. Coordenadas de un vector respecto de una base: vector de coordenadas y matriz de coordenadas. Coordenadas de un vector respecto de bases diferentes: Matriz de paso (o de transición). Teoremas.

II Espacios vectoriales con producto interior: Definición de la función producto interior. Producto interior euclideo (estándar). Existencia de diferentes productos interiores en un mismo espacio vectorial dependiendo de la base seleccionada. Función: Norma de un vector. Función: Distancia entre vectores. Angulo entre vectores. Vectores Ortogonales. Normalización de un vector. Desigualdad de Cauchy-Schwarz. Vectores Ortonormales y Proyecciones en R^n Proyección de un vector sobre un subespacio. Teoremas. Ortonormalización de un conjunto linealmente independiente. Bases Ortonormales: proceso de Gram-Schmidt. Importancia del empleo de bases ortonormales. Teoremas.

Unidad Nº4: ***Transformaciones Lineales***

Importancia del estudio de las funciones entre espacios vectoriales: Transformaciones Lineales. Transformaciones Matriciales. Definición.

Ejemplos de: transformación identidad, reflexión, rotación, dilatación, etc. Propiedades de las transformaciones lineales. Transformaciones Lineales y Sistemas de Ecuaciones Lineales. Características de las transformaciones lineales: Rango (recorrido) de una transformación lineal; Núcleo (nulidad) de una transformación lineal. Clasificación de la transformación lineal: inyectiva, sobreyectiva, biyectiva, invertible. Teorema de la dimensión. La matriz de una transformación lineal referida a un par de bases: matriz estándar; representación canónica. El espacio vectorial de las matrices y el espacio vectorial de las transformaciones lineales. Cambio de base. Matrices semejantes. Obtención de matrices semejantes que representen a la misma transformación lineal. Matriz ortogonal. Producto de Transformaciones lineales. Transformación lineal inversa. Transformaciones y matrices ortogonales. Construcción de una representación matricial en forma diagonal. Transformación de coordenadas.

Unidad N°5: ***Autovalores y Autovectores***

Importancia del estudio de autovalores y autovectores en la modelación de problemas de matemática aplicada. Definición de autovalores (valores propios) y autovectores (vectores propios); para operadores lineales y matrices. Cálculo de los valores propios y de los vectores propios: Polinomio Característico. Ecuación Característica. Teorema (condiciones equivalentes). Espacio Propio (eigenespacio). Bases para eigenespacios. Estructura de los eigenvalores. Matriz diagonalizable. Matrices Semejantes. Teorema. Procedimiento para diagonalizar una matriz *A*. Diagonalización de matrices simétricas. Matriz ortogonal. Independencia lineal de vectores propios correspondientes a valores propios diferentes. Ortogonalidad de los vectores propios correspondientes valores propios diferentes. Procedimiento para diagonalizar ortogonalmente a una matriz dada. Aplicaciones a la Geometría Analítica: Reducción de una forma cuadrática real a forma diagonal: secciones cónicas y cuádricas.

Presentación de los conceptos básicos del álgebra tensorial: Presentación del Tensor a partir de una matriz simétrica. Operaciones básicas entre tensores. Aplicaciones al álgebra tensorial: Reducción de un tensor simétrico a la forma diagonal.

Bibliografía Recomendada

1- “Algebra Lineal con Aplicaciones”- Gareth Williams – Ed. McGrawHill- 2001

2- “Algebra Lineal con Aplicaciones”- G. Nakos-D. Joyner- Ed. Tomson- 2003

3- “Algebra Lineal” – Stanley I. Grossman- Ed. McGrawHill- 2007

4- “Álgebra Lineal” - Kolman - Ed. Addison Wesley Iberoamericana, 1994

5- “Introducción al Álgebra Lineal” - Howard Anton - Ed. Limusa, 1995

6- “Algebra Lineal” - Fraleigh, Beauregard - Ed. A-W Iberoamericana, 1990

7- “Álgebra y Cálculo Numérico” - Sagastune Berra y Fernández - Ed. Kapeluz, 1972

8- “Matrices y Determinantes” - Manuel Sadwosky, 1986

9- “Calculus I” - Tom Apostol - Ed. Reverté, 1974

10- “Análisis Vectorial” - Murray Spiegel - Serie Schaum, 1982

11- “Algebra Lineal Aplicada” – Ben Noble, James W Daniel- Ed. Prentice Hall., 1997

12- “Algebra Lineal y sus Aplicaciones” – Strang- Ed. Addison – Wesley-Iberoamericana,2003

13- “Introducción al Álgebra Lineal” – Lang, Serge - Ed. Addison – Wesley , 2000

14- “ Vectores y Tensores con sus aplicaciones” – Luis Santaló- Ed. Real Universitaria de Bs As. 1985

15- “Cálculus” Vol. II - Tom M. Apostol. Ed. Reverté - 1975

16- Material de Estudio Preparado por las Docentes de la Cátedra para las Prácticas en el Gabinete de Computación.

17- http://www.portalhuarpe.com.ar/Medhime20/Nuevos%20OA/SITIO%20Matrices%20y%20Determinantes/UnidadMatematica/Navegable/INDEX.htm

18-http://www.portalhuarpe.com.ar/Medhime20/Nuevos%20OA/Espacio%20Vectoriales/Algebra-Lineal/AlgebraOA5/Inicio.xhtml

19-http://www.portalhuarpe.com.ar/Medhime20/Nuevos%20OA/Prod%20interior%20Dominguez/INDEX.htm

20-http://www.portalhuarpe.com.ar/Medhime20/Nuevos%20OA/Transformaciones%20Lineales/index.htm

MSc. Prof. Elisa S. Oliva

Profesora Titular