



**- UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN JUAN -
- FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS FÍSICAS Y NATURALES -
- DEPARTAMENTO DE GEOFÍSICA Y ASTRONOMÍA -**

CARRERA: Licenciatura en Geofísica (Plan de Estudio: 2000- Código: 03-003)

Actividad Curricular: ANALISIS MATEMÁTICO II (Código: 4027)

ÁREA: Matemática

AÑO: segundo

CARGA HORARIA SEMANAL: 6,75 hs reloj (9 horas áulicas)

DESPLIEGUE: Semestral, 1º Semestre.

PROFESOR RESPONSABLE: Mag. Susana Beatriz Ruiz

AÑO: 2017

PROGRAMA ANALÍTICO

Unidad N°1: Funciones de \mathbb{R}^n en \mathbb{R}^m

Funciones de \mathbb{R}^n en \mathbb{R}^m : definiciones y clasificaciones de acuerdo a los valores de “n” y “m”. Campos escalares y vectoriales. Dominios de campos escalares y vectoriales. Representaciones gráficas de campos escalares y vectoriales. Curvas y superficies de nivel: definiciones y aplicaciones.

Conceptos topológicos del espacio n-dimensional \mathbb{R}^n : distancia, entorno y puntos de acumulación. Puntos aislados, interiores, exteriores y fronteras. Conjuntos abiertos y cerrados.

Límite doble de campos escalares: definición y propiedades. Límites sucesivos o iterados: definición. Límites direccionales: definición. Límites en polares: definición. Relaciones existentes entre los diferentes límites. Análisis de la existencia del límite doble.

Continuidad de campos escalares: definición y propiedades. Distintos casos de discontinuidades: clasificación. Continuidad de campos vectoriales.

Derivadas de campos escalares: definición e interpretación geométrica de derivada respecto de un vector. Derivada direccional y parcial: definiciones. Interpretación geométrica de la derivada direccional. Reglas de derivación para derivadas parciales de campos escalares.

Vector gradiente: definición y representación gráfica. Relación geométrica entre el vector gradiente y curvas de nivel de campos escalares.

Derivadas de orden superior: definiciones y notaciones. Teorema de Schwarz (de la igualdad de las derivadas cruzadas): enunciado.

Relación entre derivabilidad y continuidad. Función de Genocchi y Peano.

Derivada de una función vectorial de variable real: definición e interpretación gráfica.

Unidad N°2: Aplicación de la diferenciación de campos escalares

Plano tangente a una superficie $z=f(x,y)$ en un punto: definición y deducción de la ecuación. Incremento total de un campo escalar y la diferencial: definiciones. Diferenciabilidad de campos escalares: definición. Interpretación geométrica de la

diferenciabilidad. Relación entre diferenciabilidad y existencia de plano tangente: la aproximación lineal. Teorema de las condiciones suficientes para la diferenciabilidad: enunciado y demostración. Diferenciabilidad implica continuidad: enunciado y demostración del teorema. Diferenciabilidad implica derivabilidad: enunciado y demostración del teorema. Relación entre el vector gradiente y la derivada direccional de funciones diferenciables. Valores máximos y mínimos de la derivada direccional de funciones diferenciables: enunciado y demostración del teorema.

Regla de la cadena para campos escalares y propiedades geométricas del vector gradiente. Funciones definidas en forma implícita: definiciones. Enunciado del Teorema de Cauchy-Dini (de las condiciones de existencia y derivabilidad para funciones definidas en forma implícita). Deducción de la regla para la derivación de funciones definidas en forma implícita. Aplicaciones geométricas: plano tangente a una superficie en forma implícita. Recta normal.

Diferenciales sucesivas de campos escalares. Fórmula de Taylor y Mac Laurin. Cálculos aproximados. Extremos de funciones de varias variables: definiciones. Punto crítico. Criterio del Hessiano (Enunciado del teorema del criterio de la derivada segunda). Puntos estacionarios y extremos para funciones de dos variables.

Unidad N°3: Integrales Múltiples

Integrales iteradas: definición, notaciones y reglas de cálculo. Cálculo de áreas de regiones planas y acotadas mediante integrales iteradas.

Integrales dobles: definición. Modelo matemático para el cálculo de volúmenes. Interpretación geométrica de la integral doble para funciones de dos variables. Teorema de integrabilidad: enunciado. Cálculo de integrales dobles mediante integrales iteradas: enunciado del Teorema de Fubini. Cálculos de volúmenes de sólidos acotados mediante integrales dobles. Cálculos aproximados de volúmenes de sólidos mediante suma de Riemann. Propiedades de la doble integración.

Aplicaciones geométricas y físicas de la integral doble: cálculo de áreas de regiones planas y de volumen de sólidos acotados. Cálculo de masa, centros de gravedad, momentos estáticos y de inercia de láminas planas.

Cambio de variables en integrales dobles. Teorema de cambio de coordenadas para integrales dobles: enunciado y demostración. Significado geométrico del cambio de variables en el caso bidimensional. Transformación de coordenadas y matriz jacobiana para coordenadas polares. Ejemplos de aplicación.

Integrales triples: definición. Cálculo de integrales triples mediante integrales simples iteradas: enunciado del teorema de Fubini. Integración múltiple. Aplicaciones geométricas y físicas de la integral triple: cálculo de volumen, masa, centros de gravedad, momentos estáticos y de inercia de sólidos en el espacio tridimensional.

Cambio de variables en integrales múltiples. Transformación de coordenadas y jacobiano. Coordenadas esféricas y cilíndricas. Ejemplos de aplicación.

Unidad N°4: Integración Curvilínea

Curvas planas definidas en forma paramétrica: definición. Ecuaciones paramétricas y vectoriales de curvas planas y alabeadas. Clasificación de curvas: curvas suaves, regulares, regulares a trozos, cerradas, simples y de Jordan. Región simple conexa. Representación vectorial de una curva plana a través de su vector posición.

Integrales curvilíneas respecto a un campo vectorial: definición. Modelo matemático para el cálculo del trabajo de una fuerza. Cálculo de circulación de un vector mediante integrales curvilíneas. Forma diferencial de una integral curvilínea.

Campo vectorial conservativo: definición. Primer Teorema Fundamental del cálculo de integrales para campos vectoriales bidimensionales: enunciado. Segundo Teorema Fundamental del cálculo de integrales para campos vectoriales bidimensionales: enunciado y demostración. Teorema de las condiciones necesarias y suficientes para que un campo vectorial sea conservativo: enunciado. Teorema de la función potencial: enunciado y demostración. Condiciones para que un campo vectorial sea gradiente. Campos gradientes: construcción de la función potencial.

Teorema de Green en el plano: enunciado y demostración. Aplicaciones al cálculo de áreas de regiones planas, acotadas y simple conexas. Extensión a regiones múltiplemente conexas.

Integrales curvilíneas respecto a un campo escalar: definición. Modelo matemático para el cálculo de masa de un alambre y forma de cálculo. Aplicaciones de la integral curvilínea respecto a un campo escalar: cálculo de la longitud de un arco de curva, de áreas de superficies cilíndricas; masa, centro de gravedad y momentos de un alambre.

Unidad N°5: Integrales de superficie

Superficie regular y orientable: definiciones. Representación paramétrica y vectorial de una superficie. Vector normal a superficies paramétricas, suaves y orientables: deducción de la fórmula. Área de una superficie alabeada: deducción del modelo matemático para el cálculo de área de superficies alabeadas, suaves y orientables. Diferencial de superficie: definición y distintas expresiones. Cambio de parámetros.

Integral de superficies de campos escalares. Definición, notación y propiedades. Incidencia del cambio de parámetros en esta integral. Aplicaciones al cálculo de áreas de superficies alabeadas, masa, momentos y centros de gravedad de láminas alabeadas.

Integral de superficie de campos vectoriales: definición, notación, forma de cálculo y propiedades. Cálculo de flujo de un campo de velocidades sobre una superficie.

Divergencia y rotor de un vector: definiciones. El operador Nabla de Hamilton: definición y aplicaciones. Teorema de la Divergencia (Gauss), teorema del rotor (Stokes): enunciados, aplicaciones. Interpretación física del concepto de divergencia mediante el Teorema de la divergencia. Interpretación física del concepto de rotor mediante el Teorema del rotor. El teorema de Green en el plano como caso particular del teorema de Stokes.

Unidad N°6: Ecuaciones Diferenciales Ordinarias

Motivación física para el estudio de las ecuaciones diferenciales. Definición y clasificación de las ecuaciones diferenciales según tipo, orden y grado. Distintos tipos de solución. Curvas integrales. Problema de existencia y unicidad de la solución. Problema de condiciones iniciales y de contorno.

Ecuación diferencial ordinaria de primer orden y primer grado: definición y distintas notaciones. Ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden de: Variables Separables, Exactas y Lineales: definiciones y métodos de resolución. Enunciado y demostración del teorema para hallar la solución general de una ecuación diferencial lineal ordinaria de primer orden.

Ecuación Diferencial Lineal ordinaria, de orden “n”, a coeficientes constantes: definición y notación con el operador lineal derivada. Ecuación diferencial lineal homogénea de orden

“n” a coeficientes constantes: definición y enunciados del Teorema para el cálculo de la solución general. Ecuación característica. Solución general para distintos casos. Solución particular de una ecuación diferencial lineal ordinaria, de orden “n”, completa: método de los coeficientes indeterminados en los distintos casos.